Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Prof. Dr. D. Wagner / Sabine Cornelsen

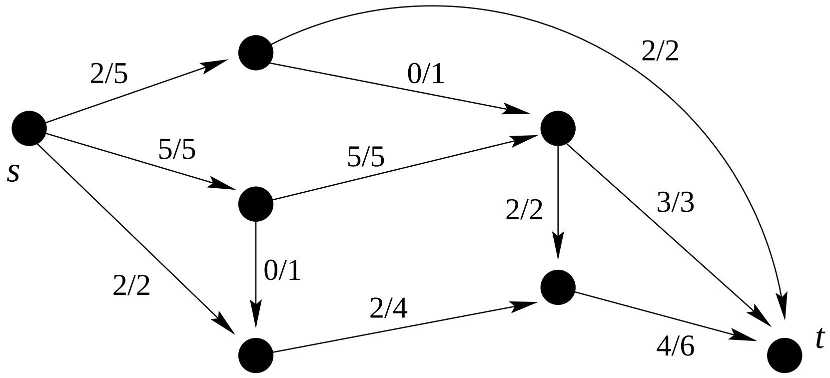
Entwurf und Analyse von Algorithmen
WS 2000/2001

7. Übungsblatt

Ausgabe: 8. Dezember 2000 **Abgabe:** 15. Dezember 2000, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **3 Punkte**

Bestimmen Sie ausgehend vom eingetragenen Fluß f einen Maximalfluß im nachstehenden Netzwerk $(D; s, t; c)$. Dabei ist die Beschriftung der Kanten $e \in E$ als $f(e)/c(e)$ zu lesen. Weisen Sie die Maximalität Ihres Flusses anhand eines minimalen s-t-Schnittes nach.



Aufgabe 2: **5 Punkte**

In einem Netzwerk $(D = (V, E); s, t; c)$ mit Maximalfluß f heißen Kanten $e \in E$ *vital*, falls in dem modifizierte Netzwerk $(D' = (V, E \setminus \{e\}); s, t; c)$ für den Maximalfluß f' gilt

$$\omega(f) > \omega(f').$$

Untersuchen Sie zunächst, ob es in jedem Netzwerk vitale Kanten gibt. *Vitalste* Kanten sind solche, die den Wert eines Maximalflusses um den größtmöglichen Betrag verringern. Ist eine Kante, die unter den Kanten eines Minimalschnittes die größte Kapazität hat, immer auch eine vitalste?

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der basierend auf der Berechnung maximaler Flüsse, den Wert eines minimalen Schnittes in einem ungerichteten Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten berechnet.

[bitte wenden]

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Die Bestimmung von Wahlmännern ist nicht immer ganz einfach und manchmal vielleicht unmöglich.

Betrachten Sie das folgende Problem. Ein Staat hat b Bürger. Jeder Bürger ist genau einem der s Bundesländern $B_1, \ldots, B_s$ zugeordnet. Außerdem ist jeder Bürger Mitglied mindestens einer von p Parteien. Es soll nun jede Partei einen ihrer Mitglieder als Wahlmann entsenden, so daß die Anzahl der Wahlmänner, die dem Bundesland B_k zugeordnet wird, höchstens u_k ist.

Konstruieren Sie ein Fluß-Netzwerk $(D = (V, E); s, t; c)$, das genau dann einen maximalen Fluß f mit

$$w(f) = \sum_{(s,v) \in E} c(s, v)$$

hat, wenn das Problem eine Lösung hat.