Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Prof. Dr. D. Wagner / Sabine Cornelsen

2. Übungsblatt

Ausgabe: 3. November 2000 **Abgabe:** 10. November 2000, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **4 Punkte**

(a) Bleibt die Laufzeit des in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus SELECT linear, wenn man statt 5 Elementen immer 7 Elemente zusammenfaßt?

(b) Finden Sie eine gute assymptotisch untere Schranke für die worst-case Laufzeit von SELECT, für den Fall, daß man immer nur 3 Elemente zusammenfaßt.

Aufgabe 2: Postamt-Platzierungsproblem **4 Punkte**

Zu n Punkten $p_1, \ldots, p_n$ in der Ebene mit assoziierten Gewichten $w_1, \ldots, w_n$ soll ein Punkt p gefunden werden, der die Summe $\sum_{i=1}^{n} w_i d(p, p_i)$ der gewichteten Abstände zu den anderen Punkten minimiert. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der dieses Problem bzgl. der Manhatten-Metrik in linearer Zeit löst. (In der Manhatten-Metrik haben zwei Punkte $p = (x_p, y_p)$ und $q = (x_q, y_q)$ den Abstand $d(p, q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q|$.)

Aufgabe 3: **6 Punkte**

Ein Stack S mit den Operationen PUSH(S,x) und POP(S) sei als Array realisiert. Zu Beginn sei die Länge k des Arrays 1 und die Anzahl s der Elemente auf dem Stack sei 0. Falls bei einer PUSH-Operation kein Platz für das einzufügende Element übrig ist, oder bei einer POP-Operation das Array „deutlich" zu groß wird, wird ein der Größe angepaßtes neues Array angelegt, in dem die k Elemente des alten Arrays abgespeichert werden. Mit diesem neuen Array wird weitergearbeitet.

Geben Sie für die folgenden drei Varianten die worst-case Laufzeit für n Operationen PUSH oder POP an.

(a) Wird das Array zu klein, so wird ein Array der Länge $k + 1$ angelegt. Das Array wird nie verkleiner.

(b) Wird das Array zu klein, so wird ein Array der Länge $2k$ angelegt. Ist $s \leq \lfloor k/4 \rfloor$, so wird ein Array der Größe $\lfloor k/2 \rfloor$ angelegt.

(c) Wird das Array zu klein, so wird ein Array der Länge $2k$ angelegt. Ist $s \leq \lfloor k/2 \rfloor$, so wird ein Array der Größe $\lfloor k/2 \rfloor$ angelegt.

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Sei ϕ eine Potentialfunktion mit $\phi(D_i) \geq \phi(D_0)$ für alle i. Zeigen Sie, daß es eine Potentialfunktion ϕ' mit $\phi'(D_0) = 0$ und $\phi'(D_i) \geq 0$ für $i \geq 1$ gibt, so daß die amortisierten Kosten bzgl. ϕ' und bzgl. ϕ die gleichen sind.